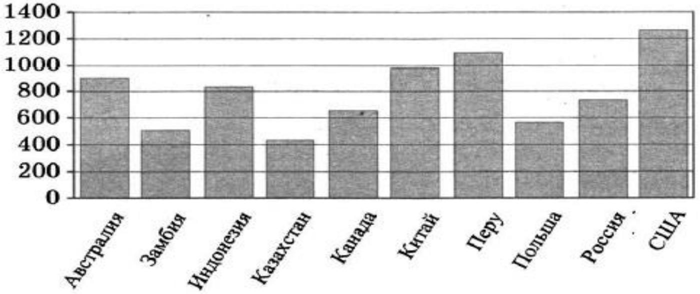
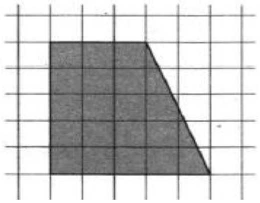
Домашняя работа к 4.05.18

1. Показания счётчика электроэнергии 1 августа составляли 43 364 кВт · ч, а 1 сентября — 43 544 кВт · ч. Сколько нужно заплатить за электроэнергию за август, если 1 кВт · ч электроэнергии стоит 1 рубль 50 копеек? Ответ дайте в рублях.

2. На диаграмме показано распределение выплавки меди в 10 странах мира (в тысячах тонн) за 2006 год. Среди представленных стран первое место по выплавке меди занимали США, десятое место — Казахстан. Какое место занимала Замбия?



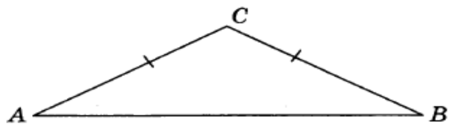
3. На клетчатой бумаге с размером клетки 1 × 1 изображена трапеция. Найдите длину средней линии этой трапеции.



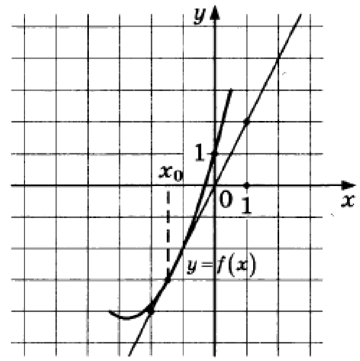
4. Девять детей встают в хоровод в случайном порядке. Среди них Серёжа и его сестра Маша. Какова вероятность того, что Серёжа и Маша окажутся рядом?

5. Найдите корень уравнения $\log_2(15 + x) = \log_2 3$.

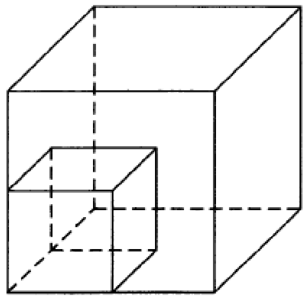
6. В треугольнике ABC угол C равен 118°, стороны AC и BC равны. Найдите угол A. Ответ дайте в градусах.



7. На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0. Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0.



8. Во сколько раз увеличится площадь поверхности куба, если все его рёбра увеличить в 4 раза?



9. Найдите значение выражения $2\sqrt{3}\operatorname{tg}(-300^\circ)$.

10. Зависимость объёма спроса q (единиц в месяц) на продукцию предприятия-монополиста от цены p (тыс. руб. за ед.) задаётся формулой $q = 70 - 5p$. Выручка предприятия r (в тыс. руб. за месяц) вычисляется по формуле $r(p) = q \cdot p$. Определите наибольшую цену p, при которой месячная выручка $r(p)$ составит не менее 240 тыс. руб. Ответ приведите в тыс. руб. за ед.

11. Семь одинаковых рубашек дешевле куртки на 2%. На сколько процентов десять таких же рубашек дороже куртки?

12. Найдите точку минимума функции $y=(10-x)e^{10-x}$.

13. а) Решите уравнение $\frac{(x-2)^2}{2}+\frac{18}{(x-2)^2}=7\left(\frac{x-2}{2}-\frac{3}{x-2}\right)+2$.

б) Найдите его корни, принадлежащие отрезку $[-2; 2]$.

14. В правильной четырёхугольной призме $ABCDA_1B_1C_1D_1$ сторона AB основания равна 5, а боковое ребро AA_1 равно $\sqrt{5}$. На рёбрах BC и C_1D_1 отмечены точки K и L соответственно, причём $CK = 2$, а $C_1L = 1$. Плоскость γ параллельна прямой BD и содержит точки K и L.

а) Докажите, что прямая A_1C перпендикулярна плоскости γ.

б) Найдите объём пирамиды, вершина которой — точка A_1, а основание — сечение данной призмы плоскостью γ.

15. Решите неравенство $\log_{\sqrt[4]{25}}\left(\log_{\frac{1}{2}}(x+2)\right)\geq 2$.

16. В трапеции $ABCD$ основания AD и BC. Диагональ AC разбивает её на два равнобедренных треугольника с основаниями AD и AB.

а) Докажите, что луч DB — биссектриса угла ADC.

б) Найдите AB, если известны длины диагоналей трапеции: $BD = 8$ и $AC = 5$.

17. 31 декабря 2016 года Василий взял в банке 5 460 000 рублей в кредит под 20% годовых. Схема выплаты кредита следующая — 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 20%), затем Василий переводит в банк x рублей. Какой должна быть сумма x, чтобы Василий выплатил долг тремя равными платежами (то есть за три года)?

18. Найдите все значения a, при каждом из которых система

$$\begin{cases} x+y+2z=4x^2+y^2 \\ 2x+y+3z=a \end{cases}$$

имеет единственное решение.

19. На доске были написаны несколько целых чисел. Несколько раз с доски стирали по два числа, сумма которых делится на 3.

а) Может ли сумма всех оставшихся на доске чисел равняться 8, если сначала по одному разу были написаны числа 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 и 12?

б) Может ли на доске остаться ровно два числа, разность между которыми равна 54, если сначала по одному разу были написаны все натуральные числа от 200 до 299 включительно?

в) Известно, что на доске осталось ровно два числа, а сначала по одному разу были написаны все натуральные числа от 200 до 299 включительно. Какое наибольшее значение может получиться, если поделить одно из оставшихся чисел на второе из них?